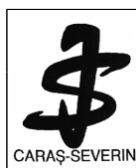




MINISTERUL EDUCAȚIEI

Societatea de Științe Matematice din România,

Filiala Caraș - Severin



Olimpiada Națională de Matematică, etapa locală (OLM), Caraș – Severin, 18.02.2023,

Clasa a VIII-a

○ Timp de lucru: 180 de minute.

○ Fiecare problemă se punctează cu 0 – 7 puncte.

Problema 1.

a) Pentru a și b numere reale pozitive, arătați că $a + b \geq 2\sqrt{ab}$.

b) Demonstrați că $\frac{\sqrt{7} + 17}{2} \cdot \frac{17 + \sqrt{2023}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2023} + \sqrt{7}}{2} > 2023$.

Problema 2 Pe planul triunghiului ABC se ridică perpendiculara AD. Fie G_1 , G_2 , G_3 , G_4 centrele de greutate ale triunghiurilor $\triangle ABC$, $\triangle DBC$, $\triangle DAB$, respectiv $\triangle DAC$. Demonstrați că:

a) $G_1G_2 \perp G_3G_4$

b) $AD = BC \Leftrightarrow G_1G_2 = G_3G_4$

Problema 3. Fie patru puncte necoplanare A,B,C,D astfel încât planele (ABC) și (ABD) sunt perpendiculare și $BC=AC$. Dacă M este mijlocul segmentului (AD) și $CM=BD$, determinați măsura unghiului dintre CM și BD.

Problema 4. Fie $x, y \in \mathbb{R}$ cu $y \in [-1, 3]$ și $x - y + 1 = 0$. Aflați cel mai apropiat număr întreg de

numărul $a = \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13} + \sqrt{x^2 + y^2 + 4x + 2y + 5}$.